

投稿類別：數學類

篇名：

六億五千萬的四十九個數字

作者：

林立親。新北市立永平高級中學。高一 104 班  
陳予詳。新北市立永平高級中學。高一 104 班  
黃柏誼。新北市立永平高級中學。高一 104 班

指導老師：

張鈞量老師

## 壹、前言

### 一、研究動機

我們看到有些人為了樂透而付出很多金錢，但沒有獲得應有的回報，所以想藉由這個機會來洞悉樂透的一切，看有沒有穩賺不賠的方法。

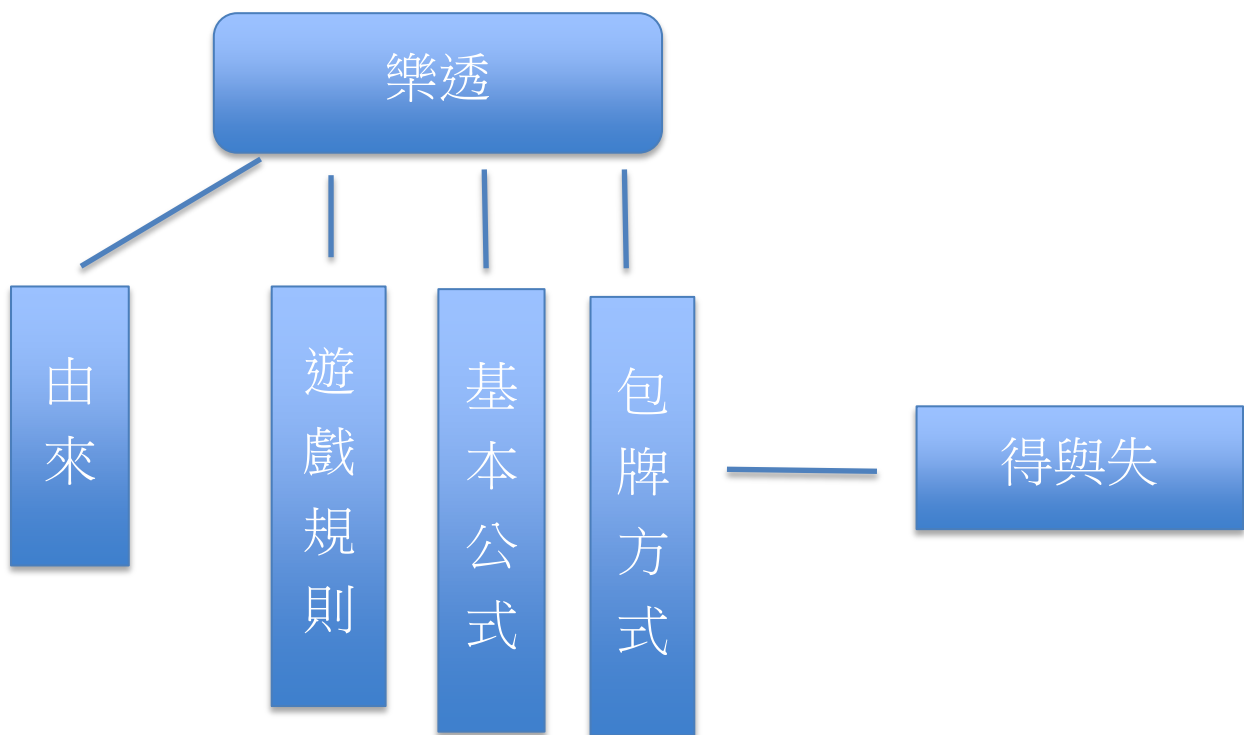
### 二、研究目的

尋找出一套能穩賺不賠的樂透購買方法。

### 三、研究方法

透過研究由不同數字所組成的樂透號碼，並透過網路及文獻學習排列組合，搭配現在高一下所學的排列組合理論來探討樂透的得與失。

### 四、研究架構



## 貳、正文

### 一、樂透的由來

樂透的歷史可遠溯自摩西和聖經的時代，摩西發行了樂透，以便開發約旦河西岸的廣大土地。也有人說在中國的秦漢時代，就以這種數字開獎遊戲來為政府募集資金以建造長城。目前的樂透形式是在羅馬凱撒時代所訂下的。

## 二、樂透的遊戲規則

在開獎前，從 1~49 共計 49 個數字裡任選 6 個不同的數字，組成一張樂透彩券每買一張樂透彩券需花費 50 元。開獎時，會在公開場合下隨機從相同範圍內的所有數字中隨機抽出 6 個不同的數字做為本次開獎之「獎號」，接著會從剩餘尚未被抽到的數字裡再抽出 1 個數字做為「特別號」。玩家核對自己樂透彩券上的號碼是否與「獎號」、「特別號」符合中獎方式。若是，則可獲得對應之獎金；若不符合，則空手而歸。下列簡單描述中獎方式、對應獎項名稱以及獎金：

中獎方式	中獎方式圖示	獎項
與當期六個獎號完全相同者	● ● ● ● ● ●	頭獎
恰對中當期獎號之任五碼 + 特別號	● ● ● ● ● ○	貳獎
恰對中當期獎號之任五碼	● ● ● ● ●	參獎
恰對中當期獎號之任四碼 + 特別號	● ● ● ● ○	肆獎
恰對中當期獎號之任四碼	● ● ● ●	伍獎 NT\$2,000
恰對中當期獎號任三碼 + 特別號	● ● ● ○	陸獎 NT\$1,000
恰對中當期獎號之任兩碼	● ● ○	柒獎 NT\$400
恰對中當期獎號任三碼	● ● ●	普獎 NT\$400

表一：中獎方式與獎項名稱對應關係表

(表一來源：<https://www.taiwanlottery.com.tw/Lotto649/index.asp>)

項目	頭獎	貳獎	參獎	肆獎	伍獎	陸獎	柒獎	普獎
對中獎號個數	6 個	任 5 個 + 特別號	任 5 個	任 4 個 + 特別號	任 4 個	任 3 個 + 特別號	任 2 個 + 特別號	任 3 個
中獎注數	0	0	39	94	1,877	2,520	26,006	36,176
單注獎金	0	0	63,992	17,068	2,000	1,000	400	400
累至次期獎金	281,611,959	6,502,255	0	0				

表二：第 109000031 期獎項、中獎個數、組合數與獎金之對應關係表

(表二來源：<https://www.taiwanlottery.com.tw/Lotto/Lotto649/history.aspx>)

## 三、排列組合公式

(一) 學習排列組合運算符號的用法 (階乘：!、排列：P、組合：C)

$$P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!} \quad C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{P_k^n}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

EX1：從 5 個人中選 3 個人排成一列，有  $P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!}$ ，共有 60 種方法。

第一個位子有 5 種選擇，第二個位子有 4 種選擇，第三個位子有 3 種選擇（從 5 開始往下乘 3 個數字）。

EX2：從 5 個人中選 3 個人不需排列，有  $\frac{P_3^5}{3!} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = C_3^5 = 10$  種不同的組合。

(二) 運用排列組合公式來探討與樂透有關的問題

承(一)公式帶入大樂透的購買方式，從 49 個數字中選擇不同的 6 個，有  $\frac{P_6^{49}}{6!}$

$$= \frac{49!}{6!(49-6)!} = C_6^{49} = 13,983,816 \text{ 種不同的組合。}$$

四、包牌方式（本次研究皆設定中獎號碼為 1、2、3、4、5、6 號）

除了「從 49 個數字中任選不同的 6 個組成一張樂透彩券」這種購買方式以外，還有一種特殊的「包牌」購買。「包牌 X 個數字」的定義為「直接一次購買『從 X 個數字中任選不同的 6 個數字』組成的所有可能樂透彩券，每張彩券一樣需花費 50 元」。例如包牌 8 個數字，則可組合出 28 種不同的彩券，意即花費 1,400 元。

(一)、包 1 到 10 號數字，共有 210 張彩券，花費 10,500 元

1. 只中 1 個號碼：不可能，得 0 元。
2. 只中 2 個號碼：有 15 種可能，得 0 元。
3. 中 3 個號碼：有 80 種可能，得 32,000 元。
4. 中 4 個號碼：有 90 種可能，得 180,000 元。
5. 中 5 個號碼：有 24 種可能，假設三獎為 50,000 元，得 120,000 元。
6. 中所有號碼：有 1 種可能，得 1,000,000,000 元。
7. 本次包牌收入：1,000,321,500 元。

(二)、包 1 到 20 號數字，有 38,760 張彩券，花費 1,938,000 元

六億五千萬的四十九個數字

1. 只中 1 個號碼：有 12,012 種可能，得 0 元。
2. 只中 2 個號碼：有 15,015 種可能，得 0 元。
3. 中 3 個號碼：有 7,280 種可能，得 2,912,000 元。
4. 中 4 個號碼：有 1,365 種可能，得 2,730,000 元。
5. 中 5 個號碼：有 84 種可能，三獎為 50,000 元，得 4,200,000 元。
6. 中所有號碼：有 1 種可能，得 1,000,000,000 元。
7. 本次包牌收入：1,007,904,000 元。

(三)、包 1 到 30 號數字，有 593,775 張彩券，花費 29,688,750 元

1. 只中 1 個號碼：有 255,024 種可能，得 0 元。
2. 只中 2 個號碼：有 159,390 種可能，得 0 元。
3. 中 3 個號碼：有 40,480 種可能，得 16,192,000 元。
4. 中 4 個號碼：有 4,140 種可能，得 8,280,000 元。
5. 中 5 個號碼：有 144 種可能，三獎為 50,000 元，得 7,200,000 元。
6. 中所有號碼：有 1 種可能，得 1,000,000,000 元。
7. 本次包牌收入：1,001,983,250 元。

(四)、包 1 到 40 號數字，有 3,838,380 張彩券，花費 191,919,000 元

1. 只中 1 個號碼：有 1,669,536 種可能，得 0 元。
2. 只中 2 個號碼：有 695,640 種可能，得 0 元。
3. 中 3 個號碼：有 119,680 種可能，得 47,872,000 元。
4. 中 4 個號碼：有 8,415 種可能，得 16,830,000 元。
5. 中 5 個號碼：有 204 種可能，三獎為 50,000 元，得 1,020,000 元。
6. 中所有號碼：有 1 種可能，得 1,000,000,000 元。
7. 本次包牌收入：873,803,000 元

(五)、包 1 到 49 號數字，有 13,983,816 張彩券，花費 699,190,800 元

1. 只中 1 個號碼：有 5,775,588 種可能，得 0 元。
2. 只中 2 個號碼：有 1,851,150 種可能，得 0 元。
3. 中 3 個號碼：有 246,820 種可能，得 98,728,000 元。
4. 中 4 個號碼：有 13,545 種可能，得 27,090,000 元。
5. 中 5 個號碼：有 258 種可能，三獎為 50,000 元，得 12,900,000 元。
6. 中所有號碼：有 1 種可能，得 1,000,000,000 元。
7. 本次包牌收入：439,527,200 元。

### 參、結論

- 一、並非包牌數字越多越好。由本次研究可知，在包 20 個號碼左右時，由於花費並不多，且中獎情況多，才能產生最大的收入（但必須滿足一個前提：包牌之號碼必須完全包含中獎號碼）。
- 二、未來將繼續討論包不同數量的牌，賺錢機率與期望值，甚至是「包牌之號碼不完全包含中獎號碼」之情形、其中獎花費與獎金之比較。
- 三、所有包牌方式並非一定會賺錢，例如：包 1 到 10 號，但此次中獎號碼不在其中，包牌便會虧損。

### 肆、引注資料

排列組合

<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E7%BB%84%E5%90%88%E6%95%B0%E5%AD%A6>

大樂透

<https://www.taiwanlottery.com.tw/Lotto/Lotto649/history.aspx>

大樂透遊戲介紹

<https://www.taiwanlottery.com.tw/Lotto649/index.asp>

樂透由來

<https://taiwanlottery.wordpress.com/%E4%B8%96%E7%95%8C%E6%A8%82%E9%80%8F%E5%8F%B2/>

排列

六億五千萬的四十九個數字

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%BD%AE%E6%8F%9B>

組合

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%B5%84%E5%90%88>

大樂透包牌

<https://www.ettoday.net/dalemon/post/41650>

許志農(2020)。普通行高級中學數學第二冊。龍騰出版。