

投稿類別：物理類

篇名：

鋼琴聲在低音波段的秘密

作者：

簡一允。國立玉里高中。普三忠班

藍慧婷。國立玉里高中。普三忠班

韓秀敏。國立玉里高中。普三忠班

指導老師：

張智閔老師

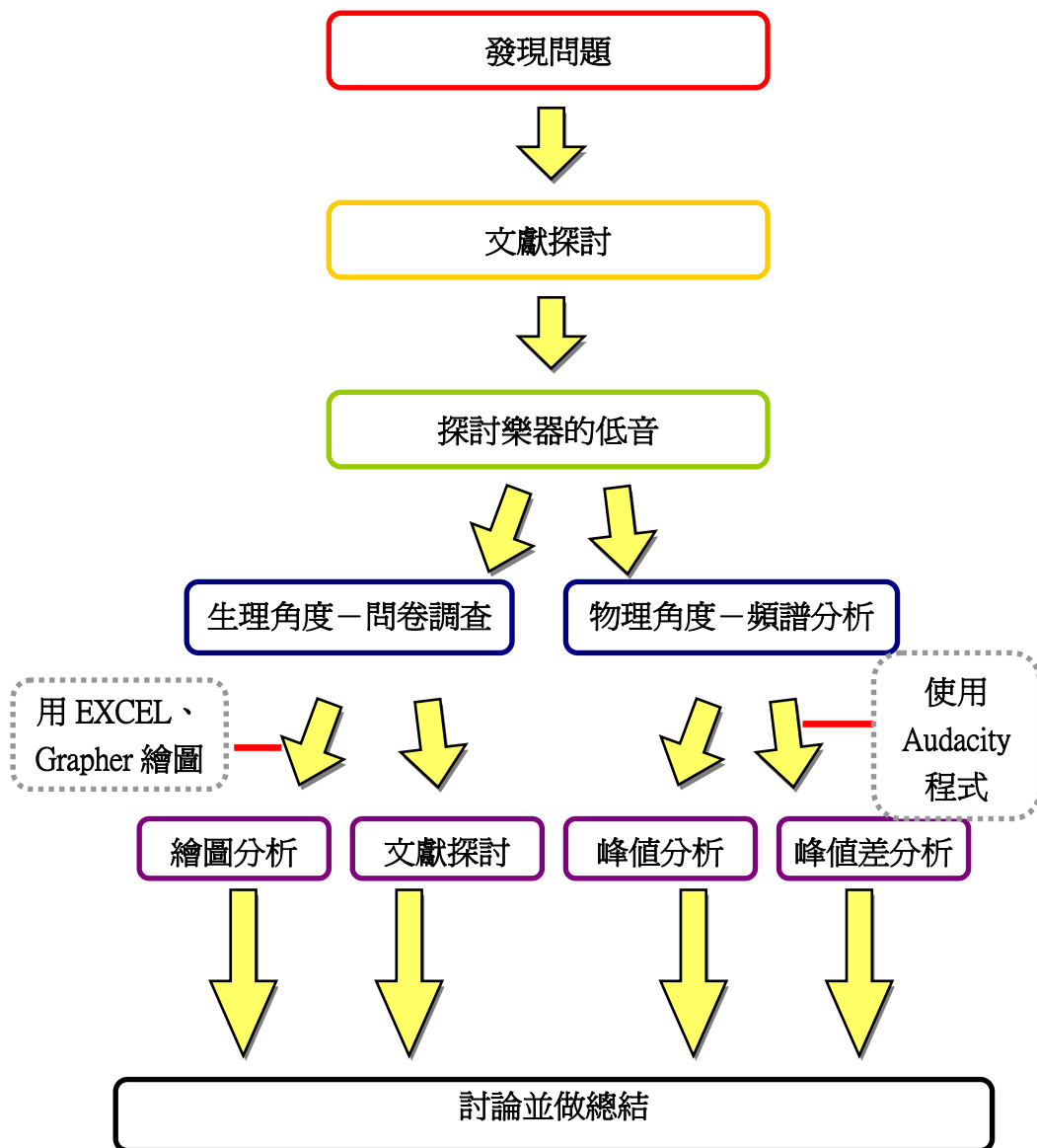
壹●前言

一、研究動機

在一次與老師聊天的過程中我們學到，有許多文獻及實驗證明人耳對於低頻率的聲音感受度非常的低，但我們想起在音樂教室做社團活動時，我們並沒有這樣的感覺。為什麼我們仍然可以清楚聽到鋼琴的最低音呢？我們對此感到十分納悶，於是興起揭開低音秘密的好奇心。

二、研究過程

以下是我們研究的流程圖：



貳●正文

一、文獻探討

(一) 十二平均律

十二平均律是由德國風琴師 Werckmeister 在 1691 年發表一篇文章「將鍵盤樂器調成平均律的數學」所引出來的。它將八度音程平均分成十二個半音，其做法如下：

1. 所有半音音程皆相等，即

$$\frac{do^\sharp}{do} = \frac{re}{do^\sharp} = \frac{re^\sharp}{re} = \dots = \frac{do'}{si}$$

2. 八度音程仍保持為 1:2，意即

$$\frac{do'}{do} = 2$$

由 1、2 兩點，可以知道每高半個音程，頻率放大 $\sqrt[12]{2}$ 倍。根據 1939 年在英國倫敦所舉行的國際會議，決定以中央 la 的頻率為 440Hz，叫做第一國際音標，從而所有的音之頻率就跟著確定，(註一) 如下圖：

音階		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	音調	Do	Do [♯]	Re	Re [♯]	Mi	Fa	Fa [♯]	So	So [♯]	La	La [♯]	Si
低音	頻率	262	277	294	311	330	349	370	392	415	440	464	494
中音	頻率	523	554	587	622	659	698	740	784	831	880	932	988
高音	頻率	1046	1109	1175	1245	1318	1397	1480	1568	1661	1760	1865	1976

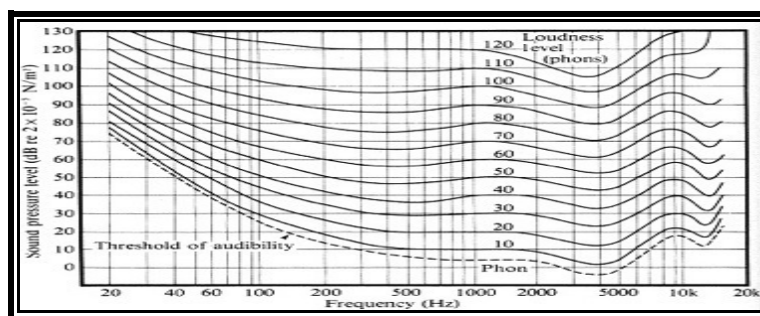
圖一：音階與頻率對照表

依照十二平均律的方法計算，可以知道鋼琴音階最低音為 27.5Hz。(註二) 而人一般能接收到的聲音頻率在 20Hz 到 20000 Hz，究竟人耳對低頻音的感受度如何呢？接下來我們看到貝爾實驗室的研究。

(二) 等響度曲線

貝爾實驗室對人耳聽覺做了一系列的研究。繪製出所謂的等響度曲線圖(圖二)，橫軸代表頻率，縱軸代表音源實際上的輸出 dB 每一條曲線都有一個數字，數字代表人耳認為的聲音，dB 數虛線表示人耳的聽覺極限，此條線上表示 0dB。表示頻率 1000Hz 的波，我們 4dB 就可以聽到，但是頻率 63Hz 的波我們要 35dB 才聽得到。(註三)

鋼琴聲在低音波段的秘密



圖二：等響度曲線圖

由此可知人耳的確對低頻音的感受度較小，但為何我們可以清楚的聽見鋼琴的最低音呢？接下來我們開始了我們的研究。

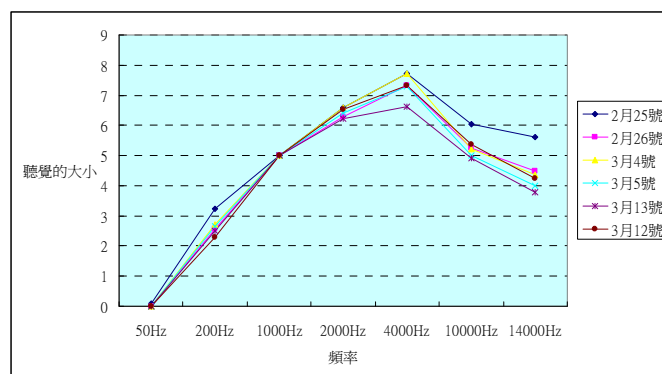
二、實驗過程

(一) 實驗器材

我們使用了 Grapher 繪圖軟體、SONY 錄音筆(型號：ICD-PZ312M)、aducity 軟體、Dennys 2.0 聲道高音質木質喇叭(型號：TC-2201)、問卷及學校鋼琴等。

(二) 問卷調查

爲了更確定人耳對低頻音的感受度是如何，我們做了一連串的調查。我們把相同振幅不同頻率的聲音由小到大以 0 到 10 分級。並以 1000Hz 的聲音當成基準 5，在學校找學生進行調查，再記下實驗者聽過 50Hz、200Hz、2000Hz、4000Hz、10000Hz、14000Hz 後相對於 1000Hz 聽覺感受大小是多少，並將供 104 筆的統計數據繪製成圖表（圖四）。



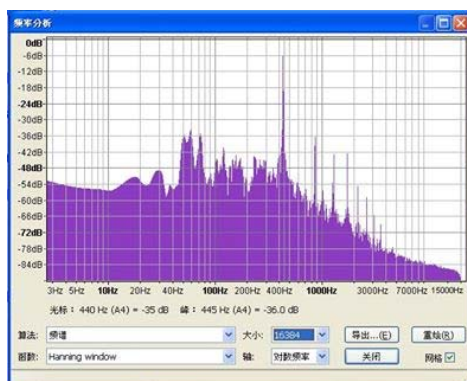
圖四：問卷調查結果（自製）

透過問卷調查取得了同學的親身經歷後，我們發現結果可以呼應文獻探討，確定了頻率 50Hz 以下人耳的感受的確很低。爲了知道鋼琴的低音 27.5Hz 聽的很清楚

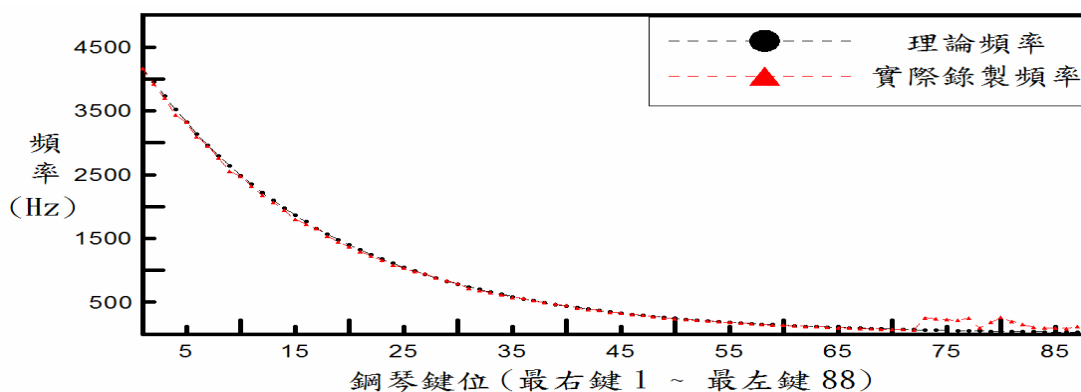
的原因。接下來我們將做頻譜分析，想藉由物理的角度想解決我們的問題。

(三) 分析鋼琴音階的主要頻率

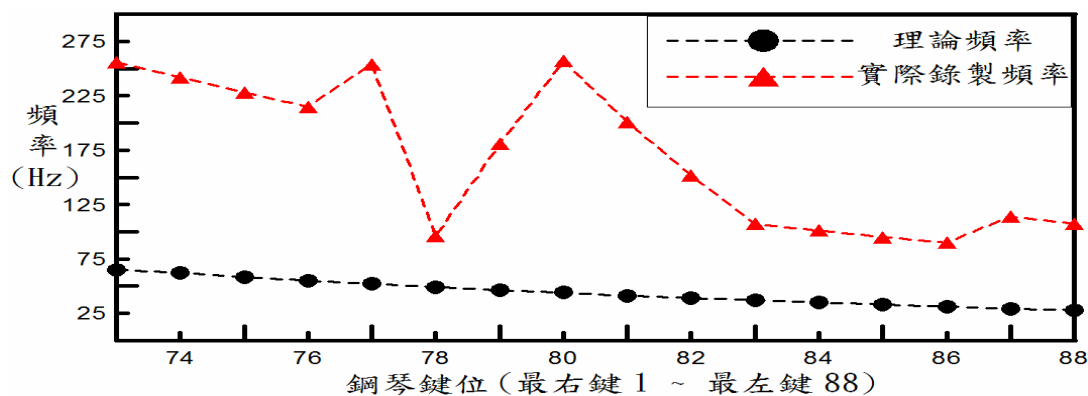
我們使用了 Audacity 程式的頻率分析功能，分析我們錄下的鋼琴音，並記下每個琴音的主要頻率，然後將數據與十二平均律對照，並用 EXCEL 繪圖功能做成對照圖，並觀察結果。



圖五：使用 Audacity 程式分析鋼琴音（自製）



圖六：鋼琴音階主要頻率與十二平均律頻率 1~88 鍵對照圖（自製）

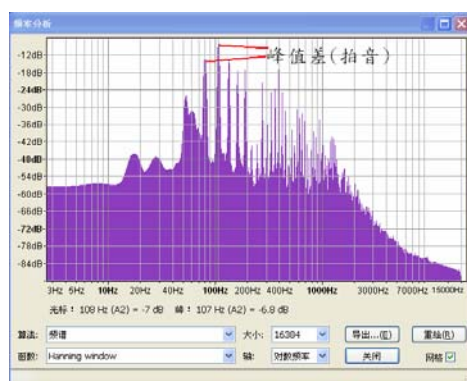


圖七：鋼琴音階主要頻率與十二平均律頻率 73~88 鍵對照圖（自製）

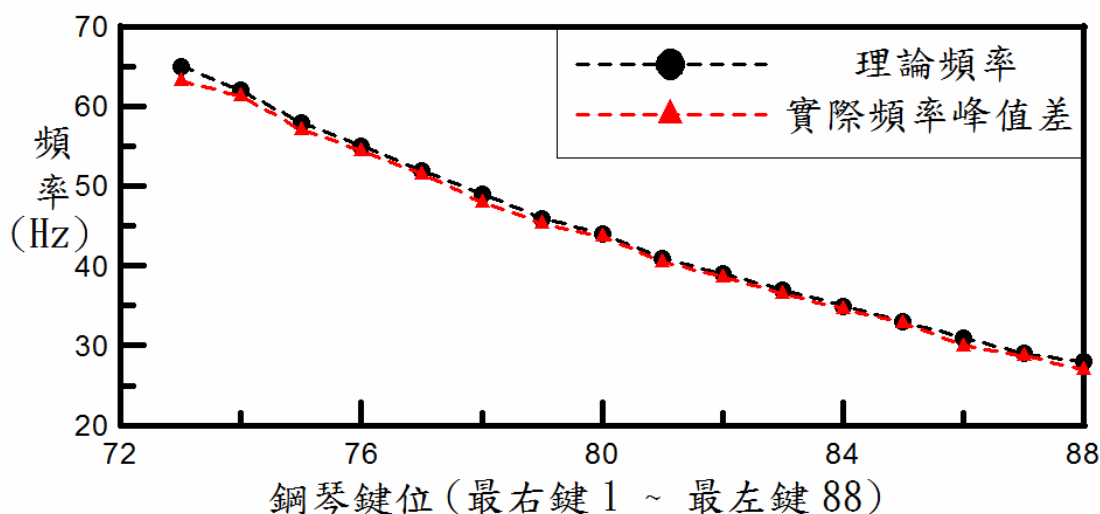
如（圖六、圖七）可以發現，在中高音階(1~72 鍵)的時候，頻譜分析的主要頻率與十二平均律的音階頻率恰好一致。低音階(73~88 的時候，各音階的峰值頻率和十二平均律的音階頻率卻搭不起來。且在分析的過程中我們發現，琴音頻率的理論值並不等於組成琴音的主要頻率，例如鋼琴的最低音理論值為 27.5Hz，但分析發現其組成的主要頻率中並非 27.5Hz 的音。而我們同時發現，各峰值頻率間的差似乎暗藏玄機，於是我們又做了峰值差的分析圖。

（四）分析鋼琴音階的主要頻率差

我們使用 Audacity 程式分析鋼琴音的頻率，並記錄下其峰值的差。以鋼琴的最低音 27.5Hz 為例，其主要的峰值為：107、139、162、189，峰值差約為 27.5Hz，我們將每一個鋼琴音頻的主要峰值紀錄下來，並計算出峰值的差，最後再與十二平均律做對照，使用 EXCEL 繪圖功能，做出對照圖。



圖八：使用 Audacity 程式分析鋼琴音峰值差（自製）



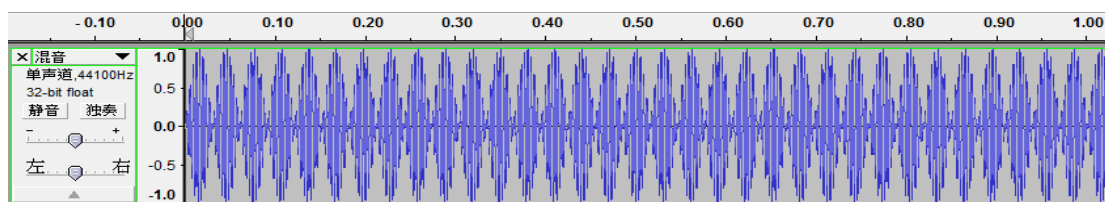
圖九：鋼琴音階主要頻率與十二平均律頻率 73~88 鍵對照圖（自製）

如圖可以發現，鋼琴的琴音在低音方面的峰值差，與十二平均律的數據相當吻

合。故我們推測鋼琴的最低音是利用拍音來演奏。接下來我們探討何謂拍音。

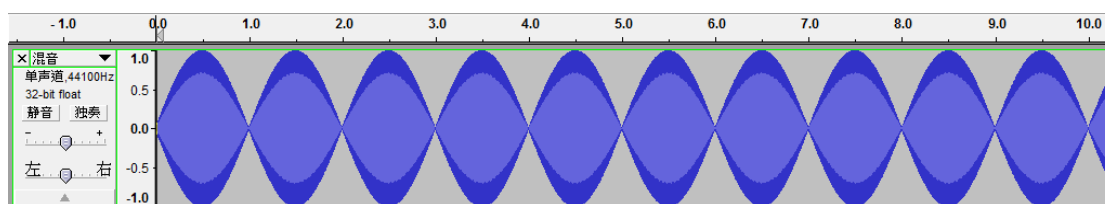
(五) 何謂拍音

以純律 Do(264Hz) 和 Re(297Hz) 的聲音為例。兩種頻率的聲音相疊加之後，發現波形出現一包一包的圖案。每個「包」裡面又有無數的振動，一包一包的圖案被稱為波包，在一秒內約有三十三個波包，恰好是 $297 - 264 = 33$ 的數目。(註四)



圖十：以 297Hz 及 264Hz 的聲音疊加做出 33Hz 的波包（自製）

依此類推，我們用 400Hz 的純音和 399Hz 的純音做疊加，結果如下：



圖十一：以 400Hz 及 399Hz 的聲音疊加做出 1Hz 的波包（自製）

因此我們了解了，原來鋼琴的低音音階頻率，比方說最低音的 27.5Hz 並不是實際上的主要頻率，而是各主要頻率的峰值與峰值的差。所謂的 27.5Hz 是合成波包的振動頻率。(註五)

參●結論

一、人耳對低頻音的感受度

我們由問卷以及等響度曲線的文獻資料知道，人耳對低於 100Hz 頻率的聲音感受度非常小，而對頻率高於 1000Hz 的聲音感受度則相當大。

二、鋼琴低音與拍音

鋼琴低音鍵的實際頻率並非是十二平均律的理論頻率。比方說鋼琴最低音鍵的理

論頻率是 27.5Hz，但頻譜分析此音階聲卻沒有任何組成頻率是 27.5Hz。鋼琴低音鍵的低頻，是透過頻率混合的拍音讓人耳可以清楚聽見。比方說鋼琴最低音鍵的理論頻率是 27.5Hz，經由頻譜分析此音階聲，發現組成此鋼琴音的各頻率的主要峰值為 107、135、162、189 等，其差約為 27.5Hz。

三、喇叭的響應頻率

我們在實驗過程中也發現，一般喇叭能播放的頻率最低是 50Hz（註六），但卻能放出鋼琴的最低音 27.5Hz，這也是因為，組成鋼琴低音的本質是中高頻音，透過混合形成低頻的脈衝(拍音)，所以讓喇叭能夠放出低於它響應頻率的音。

肆●引註資料

註一、蔡聰明（1994）。〈音樂與數學，從弦內之音到弦外音〉，《數學傳播》。第十八卷第一期。

註二、劉客養。（初探鋼琴十二平均律調音）。美育 131 期。

註三、吳宗濟、林茂燦（1989）。《實驗語音學概要》。北京：高等教育出版社。

註四、吳文政。《波動及物理光學》。建宏出版社。第 14 頁。

註五、Rasch, R. A. (1984). Theory of Helmholtz-Beat Frequencies. *Music Perception: An Interdisciplinary Journal*, 1(3), 308-322.

註六、Dennys 鼎峰國際有限公司(2010)。產品櫥窗。2014 年 3 月 27 日，取自 http://www.dennys.tw/html/product/product_show.aspx?num=169&kind=65