

投稿類別：數學類

篇名：  
魔術方塊

作者：  
李翊呈。國立三重商工。汽一甲班  
李毅傑。國立三重商工。汽一甲班

指導老師：  
蔡純純老師

## 魔術方塊

### 壹●前言

剛開始覺得魔術方塊這個東西好神奇，於是就上網收尋有關魔術方塊的資訊，發覺越玩越有趣，進一步的想了許多能夠快速完成的方法，我們從最基本的公式慢慢的推演出更有效率的公式，而且玩魔術方塊不僅可以讓我們訓練手指的靈活度，還可以增強空間概念的應用，所以我們也希望有更多人可以因為這篇小論文，了解這個魔術方塊並不是一個永遠都搞不懂的神祕玩意兒。

### 貳●正文

#### 一、魔術方塊的歷史：

1970年3月，Larry Nichols 發明了「Puzzle with Pieces Rotatable in Groups」，並申請了加拿大專利，是個 $2 \times 2 \times 2$ 的魔術方塊，但是每個方塊之間是用磁鐵互相吸在一起。公元1974年布達佩斯(匈牙利首都)的一位年輕的建築學教授-愛爾諾·魯畢克(Rubik)出於教學上的需要，設計了一個工程結構為26個邊長為1.9公分的小立方體，能自由地繞轉著一個同樣大小的中心塊轉動，為了區別這些小立方體，他在這些小方塊的表面貼了不同顏色的塑膠圖片，這就是世上第一個魔術方塊。魔術方塊與1975年申請專利1977年開始出現於市場，至1979年風行於歐洲，1980年廣為大眾喜愛。從1980年到1982年，總共售出了將近200萬隻魔術方塊。1981，一個來自英國的小男孩，派翠克·波塞特(Patrick Bossert)寫了一本名叫《你也能夠復原魔術方塊》(ISBN0-14-031483-0)的書，總共售出了將近150萬本。據估計，1980年代最為風靡，至今未衰。截至2009年1月，魔術方塊在全世界已經售出了3億5千多個。

#### 二、魔術方塊的結構：

(一)結構：三階魔術方塊由1個中心軸、6個中心塊、12個邊塊及8個角塊構成，當它們組合在一起的時候每個零件會互相牽制不會散開，並且任何一面都可水平轉動而不影響到其他方塊。

(二)中心塊：中心塊與中心軸連接在一起，但可以順著軸的方向自由的轉動。中心塊的表面為[正方形]，結構略呈[長方體]，但長方體內側並非平面，另外中心還有一個[圓柱體]連接至中心軸。

## 魔術方塊

(三)邊塊：邊塊的表面是兩個正方形，結構類似一個長方體從立方體的一個邊凸出來，這樣的結構可以讓邊塊嵌在兩個中心塊之間。

(四)角塊：角塊的表面是三個正方形，結構類似一個小立方體從立方體的一個邊凸出來，這樣的結構可以讓角塊嵌在三個邊塊之間。

### 三、魔術方塊的數據：

(一)變化數：三階魔術方塊的總變化數是

$$(8! \times 3^8 \times 12! \times 2^{12}) \div (2 \times 2 \times 3) = 43,252,003,274,489,856,000 \doteq 4.33 \times 10^{19}$$

而這些變化數的算法是 8 個角塊可以互換位置 (8!)，也可以旋轉 (3)，但不能單獨翻轉一個角塊，所以總共有  $8! \times 3^8 / 3$  種變化狀態。12 個邊塊可以互換位置 (12!)，也可以翻轉 (2)，但不能單獨翻轉一個邊塊 (也就是將其兩個面對調)，也不能單獨交換兩邊塊的位置，所以總共有  $12! \times 2^{12} / (2 \times 2)$  種變化狀態。

對於一個拆散又再隨意組合的魔術方塊，變化種數則是

$$8! \times 3^8 \times 12! \times 2^{12} = 519,024,039,293,878,272,000 \doteq 5.19 \times 10^{20}$$

也就是說，拆散魔術方塊再隨意組合，有 11/12 的機率無法恢復原狀。

某些魔術方塊在各個面的圖案具有方向性，考慮到 6 個中心塊各有 4 種朝向，但不能僅僅將一個中心塊旋轉 90 度，這時總變化數目還要再乘以  $4^6 / 2$ 。此時結果為：

$$(8! \times 3^8 \times 12! \times 2^{12}) \div (4^6 / 2) = 8,857,606,706,155,225,088,000 \doteq 8.86 \times 10^{22}$$

(二)魔術方塊的極限：魔術方塊必須在旋轉時不會有零件脫出，若將 n 階的魔術方塊做成立方體，且每一小塊的邊長都相等，則必須有以下限制

$$1/n \times (n-2) \div 2 \times \sqrt{2} < 0.5$$

左式代表的是中心旋轉軸距離邊上的方塊最短距離，右式代表的是中心轉軸到表面的最短距離。左式必須小於右式，不然邊塊和角塊會無法固定。可以解出：

## 魔術方塊

$$n < (2 \times \sqrt{2}) \div (\sqrt{2} - 1) \doteq 6.828$$

因此六階或六階以下的魔術方塊可以設計成標準的立方體；相反的，七階或七階以上的魔術方塊都無法設計成標準的立方體。

(三)上帝的數字：所有的三階魔術方塊都可以在有限步數內復原，1982年，弗雷與辛馬斯特合著的《魔術方塊手冊》定義任意的三階魔術方塊都可以保證最少  $n$  步復原，並稱呼  $n$  為上帝的數字。在此書中，證明上帝的數字介於 17~52 之間。1995年，瑞德證明上帝的數字介於 20~29 之間。

2006年，雷杜用群論證明上界可改進為 27 步。2007年，電腦科學家古柏曼與他的學生用 20 台超級電腦花了 8000 個小時證明上界可改進為 26 步。Tomas Rokicki 於 2008 年宣布證明了任何魔術方塊可以在 25 步以內解開。之後又改進為 22 步。

### 四、書寫方式：

為了記錄下復原、轉亂的過程或公式的步驟，會用 Singmaster 符號來書寫（由 David Singmaster 發明）。書寫方式如下：

F、B、L、R、U、D 分別代表前、後、左、右、上、下層。若是順時鐘旋轉，則直接寫上符號；若是逆時鐘旋轉，則在符號後加上「'」或是「i」；若是旋轉半圈，則在符號後加上「2」或是「<sup>2</sup>」若要更加詳細紀錄整個過程，還會使用 x、y、z 分別代表將整個魔術方塊做 R、U、F，因為在速解魔術方塊的時候，並不會總是將一個面朝向自己。

f、b、l、r、u、d 分別代表前、後、左、右、上、下兩層，代表連中間層一起轉。M、E、S 代表旋轉中間層，相當於 l'L、d'D、fF。

### 五、解法的演變：

魔術方塊的解法有許多種，最多人使用的是 1981 年 David Singmaster 在他的書「Notes on Rubik's "Magic Cube"」中的解法，也就是「Layer By Layer」（層先法）。方法是先解決頂層，然後是中間層，最後是底層，這種解法可以在一分鐘內復原一個魔術方塊。其他還有角先或其他不同組合的方法。第一個快速的解法是由傑西卡·弗雷德里奇所發明的 Fridrich Method，解決的順序與 Layer By Layer 類似。先復原第一層的十字，接著復原第一和第二層，然後將第三層的角塊排序，最後完成第三層的排序。由於歸納出所有可能的情況，

## 魔術方塊

一共需要 119 個公式，但這種解法平均只需 55 步復原魔術方塊而 Philip Marshall 的「The Ultimate Solution to Rubik's Cube」修改了 Fridrich Method，平均需 65 步復原魔術方塊，但只需要兩個公式。方法是先復原邊塊，再復原角塊。另一個快速的解法是 Lars Petrus 的 Petrus method，方法是先解決  $2 \times 2 \times 2$ ，再解決  $2 \times 2 \times 3$ ，然後逐個復原。他本人認為層先法的缺點是會不斷破壞、還原之前完成的部份。這個種解法是較良好的解決方案。

### 六、魔術方塊的基本解法：

一般我們認為魔術方塊都是一面一面解的所以常會聽到說：「我只會轉一面...」，正常的人只會轉一面，但是除了「面」之外，我們考慮到「層」，所以說，在一般人的眼中是「一面一面解」，但是真正要解方塊是要「一層一層解」。

步驟如下：

- (一) 做十字：經由第二段得知魔術方塊大致分為「中心(Center)」、「角(Corner)」和「邊(Edge)」三種然後我們要先找一個顏色當做基準面，而找的方法就是看中心的顏色是什麼，之後就開始來做十字了。(假設用白色當基準面)首先找到白色的中心，然後把它放在下面，再找另外的四個邊，把四個邊轉到白色中心的上方，就會做成中心是黃色然後四個邊都是白色的十字，但是還沒結束，要用「U」(這裡的英文看上面第四段)把和白色邊相連的另一個顏色轉到它自己顏色的中心再用轉法「F」，把四個都轉好就完成十字了。
- (二) 第一層：完成十字後，就開始找白色的角。先在第三層找到一個白色的角，之後看和白色相連的兩個顏色之後去找那兩個顏色的中心(注意：轉的過程中要讓十字朝下)，在把它轉到那兩個顏色中間的地方看白色面對哪一面，然後面對白色再看是在左邊還是右邊，若是在左邊就用「F U F」，若是在右邊就用「F' U F」，若在第三層找不到白色的角就是在第一層就用上述的方法把它轉到第三層在解，若白色朝上的話「R' U2 L U L' U' L」，就 OK 了。
- (三) 第二層：尋找第三層裡的其中要轉到第二層的方塊，再看上面的顏色是什麼之後將它的中心面對自己，然後看和它相連的顏色是什麼

## 魔術方塊

就選擇將它轉到左邊或右邊，最後看若是在右邊就用「U' F' U F U R U' R'」若在左邊就用「U F U' F' U' L' U L」

(四) 頂層十字：在這個地方，我們只要一直重覆同一個公式「R' U' F' U F R」又稱六步法，只是在用之前要看頂層的圖案，若是沒有邊相連就直接用，之後會看到有左右兩邊連成一條線的圖，將這條線立直，並在用一次，再來就會看到中心和兩個邊連成的 L 型，然後將 L 的開口朝左上方，再用六步法就可以看到頂層十字了。

(五) 頂層：做完頂層十字之後，要做成缺三角形的形狀後再做完頂層，而這裡都只要用到一個公式「R U' L' U R' U' L'」。首先會遇到以下幾種情況。

1、頂層缺兩角：頂層缺兩角又分爲

(1)缺的兩腳是成對角線：這個時候就找分佈再第三層的一個黃點在左邊的之後用上述公式。

(2)缺的兩個角是成底線的時候：若缺的兩個點再同一面就面對那一面然後用上述公式，若缺的兩點是在左右兩邊時，面對它時的那點在左邊再用上述公式。

2、頂層只有十字：頂層十字又分爲

(1)其中兩點各再同一面：這時就面對沒有點的那一面再用上述公式。

(2)其中兩點在同一面而其他兩點個在左右邊：這時就面對那一點是在右邊的再用上述公式。

3、做完上 2 個步驟後就會看到缺三角了，而缺三角會成一個直角三角形。先將這個三角形的直角面對右上方時，若面對自己的那一面有一點是靠右邊的就用上述公式，但是若沒有的話就把直角面對左上角再用「L' U R U' L U R'」，之後就完成頂層了。

## 魔術方塊

(六) 完成六面：雖然已經完成頂層了但是第三層還沒完成，所以我麼要將完整的第三層完成會用的兩個公式

1、換三角：首先先找一個對的角之後就避開它用「R B' R F2 R' B R F2 R2」。

2、換三邊：先找到一個對的面之後將那個面面對對面，再來就使用「F2 U' R' L F2 R L' U' F2」或「F2 U' R' L F2 R L' U F2」

3、運用：上面教的兩個步驟只要多用幾次就能摸索其中的奧秘，這樣就能完成六面了

## 七、世界魔術方塊協會(WCA)

魔術方塊同樣有自己的世界組織 世界魔術方塊協會（World Cube Association 簡稱 WCA），這個協會是被承認的關於魔術方塊的官方組織。它致力於推廣魔術方塊，同時也舉辦各種比賽，並且收錄最好的成績作為官方的世界紀錄。

官方承認的紀錄有：

- (一) 二、三、四、五、六、七階單次最快和平均速度
- (二) Square one、Megaminx、Pyraminx 單次最快和平均速度
- (三) 八片魔板、十二片魔板、魔錶最快和平均速度
- (四)三階單解、三階腳解單次最快和平均速度 (五)三階最少步數
- (六)三、四、五階盲解
- (七)三階多個盲解

## 魔術方塊

### 八、三階魔術方塊官方紀錄：

截至 2010 年 3 月 4 日的世界紀錄

項目	保持者	紀錄	國籍	比賽
競速（單次）	Erik Akkersdijk	7.08 秒	荷蘭	Czech Open 2008
競速（平均）	Feliks Zemdegs	9.21 秒	澳洲	Melbourne Summer Open 2010
盲解	莊海燕	32.27 秒	中國	Shanghai Winter 2010
單解（單次）	Chris Dzoan	11.97 秒	美國	Bayview Hills Open 2010
單解（平均）	Yumu Tabuchi	16.89 秒	日本	JRCA Kanto Winter 2010
最少步數	Jimmy Coll	22 步	比利時	Barcelona Open 2009
腳解（單次）	Anssi Vanhala	36.72 秒	芬蘭	Estonian Open 2009
腳解（平均）	Anssi Vanhala	42.08 秒	芬蘭	Estonian Open 2009
多個盲擰	Muhammad Iiril Khairul Anam	56 分 54 秒 復原 16 個	印尼	Jakarta Open 2010

### 參●結論

了解魔術方塊之後，不管是記憶力、集中力以及理解能力都有明顯的進步，尤其是在需要專心讀書時，更能迅速地集中精神。就連有在工作的朋友也說，玩了魔術方塊之後，工作精神更能集中，而魔術方塊它更是一個不分年齡的好活動，我相信這項益智活動對於不論是學生，工作的人們，或是管理階級的人都會有相當大的幫助，對人與人之間的互動，也能開啓一個新的橋樑。未來我們要持續不斷的尋找能夠更快解完魔術方塊的公式，希望能夠讓越來越多人喜歡魔術方塊，更希望能藉此提升全體國民各方面的專注力。

### 肆●引註資料

魚•方塊達人舖。2010年3月23日，<http://www.unicube.tw/>

今古庸龍魔方網。2010年3月23日，<http://dragoncube.org/index.html>

維基百科。2010年3月23日，<http://zh.wikipedia.org/zh-tw/>

陸嘉宏(2007)。魔術方塊破解祕笈。台灣：高寶